



Отримано: 10 грудня 2020 р.

Прорецензовано: 23 січня 2021 р.

Прийнято до друку: 12 лютого 2021 р.

e-mail: gmvmarichka@gmail.com

DOI: 10.25264/2311-5149-2021-20(48)-141-146

Григорків В. С., Григорків М. В. Динамічні моделі двосекторної екологічної економіки у випадку лінійних поведінкових функцій її суб'єктів. *Наукові записки Національного університету «Острозька академія». Серія «Економіка»* : науковий журнал. Острог : Вид-во НаУОА, березень 2021. № 20(48). С. 141–146.

УДК: 330.4; 519.86

JEL-класифікація: C610, C630, E270

ORCID-ідентифікатор: 0000-0003-4866-946X

ORCID-ідентифікатор: 0000-0003-3327-991X

**Григорків Василь Степанович,**

доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри економіко-математичного моделювання  
Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича

**Григорків Марія Василівна,**

кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіко-математичного моделювання  
Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича

## ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ ДВОСЕКТОРНОЇ ЕКОЛОГІЧНОЇ ЕКОНОМІКИ У ВИПАДКУ ЛІНІЙНИХ ПОВЕДІНКОВИХ ФУНКЦІЙ ЇЇ СУБ'ЄКТІВ

У роботі обґрунтовано сутність та актуальність проблеми екологізації економіки та становлення екологічної економіки, у якій продукти забруднення, що є наслідком виробничої та невиробничої діяльності людського суспільства, обов'язково утилізуються, зменшуючи рівень забруднення довкілля. Розроблено концептуальний підхід до моделювання екологічно та соціально збалансованої двосекторної економіки, у якій один сектор займається виробництвом основної агрегованої продукції, а інший – утилізацією продуктів забруднення. На основі цього підходу запропоновано модель еколого-економічної динаміки з лінійними поведінковими функціями її суб'єктів, яка враховує соціально-економічну кластеризацію, процеси екологізації та контроль над забрудненням довкілля та може бути у різний спосіб модифікована. Моделі такого класу призначені для дослідження на їх основі тенденцій та закономірностей реальної динаміки еколого-економічних систем і підтримки прийняття рішень щодо управління цими системами.

**Ключові слова:** моделювання, двосекторна економіка, динаміка, утилізація.

**Григоркив Василий Степанович,**

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедры экономико-математического моделирования  
Черновицкого национального университета имени Юрия Федьковича

**Григоркив Мария Васильевна,**

кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры экономико-математического моделирования  
Черновицкого национального университета имени Юрия Федьковича

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХСЕКТОРНОЙ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКИ В СЛУЧАЕ ЛИНЕЙНЫХ ПОВЕДЕНЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЕЕ СУБЪЕКТОВ

В работе обоснована сущность и актуальность проблемы экологизации экономики и становления экологической экономики, в которой продукты загрязнения, являющиеся следствием производственной и непроизводственной деятельности человеческого общества, обязательно утилизируются, уменьшая уровень загрязнения окружающей среды. Разработан концептуальный подход к моделированию экологически и социально сбалансированной двухсекторной экономики, в которой один сектор занимается производством основной агрегированной продукции, а другой – утилизацией продуктов загрязнения. На основе этого подхода предложена модель эколого-экономической динамики с линейными поведенческими функциями ее субъектов, которая учитывает социально-экономическую кластеризацию, процессы экологизации и контроль за загрязнением окружающей среды и может быть разными способами модифицирована. Модели такого класса предназначены для исследования на их основе тенденций и закономерностей реальной динамики эколого-экономических систем и поддержки принятия решений по управлению этими системами.

**Ключевые слова:** моделирование, двухсекторная экономика, динамика, утилизация.

**Vasyl Hryhorkiv,**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; head of the economic modeling and business informatics department,  
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

**Mariia Hryhorkiv,**

PhD in Economics, associate professor of economic modeling and business informatics department,  
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University



## DYNAMIC MODELS OF TWO-SECTOR ECOLOGICAL ECONOMY IN THE CASE OF LINEAR BEHAVIORAL FUNCTIONS OF ITS SUBJECTS

*Today the economy as an object of research cannot be considered separately without ecology, since anthropogenic impact on the environment is getting more and more powerful not only in certain regions, but also on a planetary scale. Greening the economy is becoming especially urgent and is associated with the development of new resource-saving and environmental technologies, preserving natural potential and reducing the level of environmental pollution, raising the level of environmental education and culture in society, ensuring the environmental quality and safety of human life, etc.*

*The purpose of this research is to develop a conceptual approach to modeling ecologically and socially balanced economy, in which the production of the main aggregate products, utilization of pollution products of industrial and non-industrial pollution nature, and pollution control are exercised.*

*The task of the work is to build models of ecological and economic dynamics, the trajectories of which have the corresponding socio-economic characteristics of a clustered, in the economic sense, society and are acceptable for the ecological economy.*

*The methodology research includes principles, conceptual approaches and methods for constructing and analyzing differential models of economic and ecological-economic dynamics.*

*The results of the work related to the developed dynamic model of a two-sector ecological economy, in which one sector produces the main aggregate product and the second sector utilizes pollution products, are created by the producers of the first sector and the societal life. The model admits a number of modifications, allows to classify them as a separate class of models of ecological and economic dynamics. Models of this class are formalized in the space of socio-economic and environmental variables, which include liquid savings of production owners (producers) and workers employed in both sectors of the economy, prices for basic products, tariffs for utilization of pollution, volumes of environmental pollution.*

**Keywords:** modeling, two-sector economy, dynamics, utilization.

**Постановка проблеми.** Наявність і сила впливу екологічного фактору в економіці була помічена достатньо давно, але серйозне наукове дослідження цього фактору фактично почалося лише у другій половині ХХ ст., коли людство почало розуміти, що техногенний тиск на довкілля з боку людини стає все більш потужним і набирає планетарних масштабів. З тих пір, власне, і виникло поняття еколого-економічної системи як економіки з усіма її атрибутами, що не може розглядатися окремо від екології. Тому процеси екологізації економіки, пов'язані з розробкою нових ресурсозберігаючих і екологічних технологій, зниженням рівня забруднення навколишнього середовища, збереженням потенціалу природи, забезпеченням якості життя людей тощо, набули особливої актуальності у суспільстві та науці, зокрема. Необхідність їх наукового тлумачення та обґрунтування є очевидною, оскільки аналіз та прогнозування економічного розвитку, оцінювання його альтернативних варіантів без урахування проблем еколого-економічної взаємодії, які часто є суперечливими або й конфліктними, неможливі без розробки відповідної методології дослідження еколого-економічних систем, зокрема без розробки нових класів моделей, які б враховували вимоги раціонального та екологічно допустимого природокористування, а також процеси екологізації виробництва як обов'язкову умову його функціонування взагалі. Об'єктом дослідження пропонованої праці є динаміка еколого-економічних систем, а предметом – моделі цієї динаміки.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Історично склалося так, що будь-який адекватний огляд наукових досліджень у галузі моделювання процесів еколого-економічної взаємодії чи навіть короткий анонс деяких знакових результатів у цьому науковому напрямку неможливий без публікацій Дж. Форрестера [1], Д. Медоуза [2], В. Леонтьєва та Д. Форда [3], М. Мойсеєва [4] і багатьох інших вчених світового рівня, які насправді побудували фундамент нового підходу у моделюванні економіки як цілісної еколого-економічної системи. У працях згаданих науковців, їх послідовників і учнів розкрито принципи цілісності та єдності структури таких об'єктів дослідження, наявність своїх особливих цілей, критеріїв та зв'язків із зовнішнім середовищем, обґрунтовано можливість і принципи управління еколого-економічними системами, побудовано глобальні та локальні моделі еколого-економічних процесів, які дають змогу аналізувати та прогнозувати їх динаміку та її наслідки для існування та життєдіяльності людського суспільства у сучасному світі. Всі ці результати послужили надійною основою для подальших наукових розробок теоретичного та прикладного характеру багатьох зарубіжних та вітчизняних вчених, зокрема О. В. Лотова, О. О. Петрова, І. Г. Поспелова, О. О. Шананіна [5] та І. М. Ляшенка, М. В. Михалевича [6; 7], А. М. Онищенко [8], М. В. Кузубова [9], Л. М. Буяк [10] й ін. Незважаючи на значний науковий добробок у дослідженні проблематики еколого-економічних зв'язків у економіці, інтерес до цих досліджень не спадає, адже велика кількість аспектів цієї проблематики, зокрема і тих, що пов'язані з моделюванням еколого-економічної динаміки, залишаються відкритими для подальшого вивчення.

**Мета і завдання дослідження.** Еколого-економічна динаміка належить до розряду складних і багатограних об'єктів моделювання, оскільки на зміну станів еколого-економічних систем впливає чимало факторів, які до того ж мають різну природу та функційну дію. Крім того, сьогоденне розуміння сутності



екологічної економіки включає не тільки екологічну, але й соціальну збалансованість її підсистем, тому допустимі, а тим більше оптимальні траєкторії еколого-економічної динаміки повинні задовольняти певні вимоги соціального характеру, тобто еколого-економічна динаміка тісно пов'язана із простором соціально-економічних показників чи характеристик. У зв'язку з цим актуальними є моделі динаміки еколого-економічних систем в умовах соціально-економічної кластеризації суспільства, тобто моделі, до змінних яких належать, наприклад, показники добробуту тих кластерів суспільства, які беруть активну участь у функціонуванні досліджуваних процесів еколого-економічної взаємодії. Саме розробці таких моделей і присвячена пропонована праця. Її метою є побудова динамічних моделей двосекторної економіки, сектор I якої займається виробництвом основної агрегованої продукції (ОП), а сектор II – утилізацією продуктів забруднення (ПЗ), а саме виробничих відходів першого сектора та іншого забруднення, яке має невиробничий характер і створюється суспільством як екологічно шкідливий побічний продукт його життєдіяльності.

**Виклад основного матеріалу.** Щоб реалізувати вищесформульовані цілі, приступимо до уточнення змісту та опису відповідних понять та позначень, які необхідні для математичної формалізації пропонованих моделей. Отже, нехай у секторах I та II досліджуваної економіки працюють відповідно  $K_I$  та  $K_{II}$  виробників (власників виробництв) ОП та ПЧД (продукції «чисте довкілля», яка є результатом утилізації ПЗ), причому у секторів I задіяно  $L_I$ , а у секторі II –  $L_{II}$  робітників (або найманих працівників). Саме ці групи елементів суспільства є тими суб'єктами економіки, поведінка яких відносно виробництва ОП та утилізації ПЗ, а також споживання ОП та ПЧД є визначальною щодо формування динаміки змінних моделей  $\tilde{x}_I, \tilde{x}_{II}, x_I, x_{II}$  та  $y_I, y_{II}, w$ , які відповідно означають ліквідні заощадження (заощадження) робітників сектора I, робітників сектора II, власників виробництв сектора I, власників виробництв сектора II та ціну на ОП, тариф на утилізацію ПЗ, обсяг забруднення довкілля. У кожному момент часу  $t$  еколого-економічна динаміка буде характеризуватися сукупністю цих показників. Рівняння їх динаміки будуть тими співвідношеннями, які нам потрібно побудувати, щоб конкретизувати той чи інший варіант моделі зазначеної вище двосекторної економіки. Через  $q_I, f_I$  і  $\psi_{II}$  позначимо функцію попиту на ОП, функцію випуску ОП і утилізації ПЗ, аргументами яких є відповідна купівельна і виробничі спроможності. Очевидно, що купівельні спроможності робітників і виробників секторів I та II визначаються величинами

$$s_{\tilde{\alpha}}^{(I)} = \frac{\tilde{\alpha}_I \tilde{x}_I}{y_I} \quad \text{і} \quad s_{\alpha}^{(I)} = \frac{\alpha_I x_I}{y_I} \quad \text{та} \quad s_{\tilde{\alpha}}^{(II)} = \frac{\tilde{\alpha}_{II} \tilde{x}_{II}}{y_{II}} \quad \text{і} \quad s_{\alpha}^{(II)} = \frac{\alpha_{II} x_{II}}{y_{II}},$$

де  $\tilde{\alpha}_I$  і  $\tilde{\alpha}_{II}$  та  $\alpha_I$  і  $\alpha_{II}$  ( $0 \leq \tilde{\alpha}_I, \tilde{\alpha}_{II}, \alpha_I, \alpha_{II} \leq 1$ ) – частки заощаджень робітників секторів I і II та власників виробництв секторів I і II, які виділяються ними на споживання ОП. Якщо  $\beta_I$  та  $\beta_{II}$  ( $0 \leq \beta_I, \beta_{II} \leq 1, \alpha_I + \beta_I \leq 1, \alpha_{II} + \beta_{II} \leq 1$ ) – частки заощаджень виробників сектора I та сектора II, виділені на виробничу та утилізаційну діяльність,

$$s_{\beta}^{(I)} = \frac{\beta_I x_I}{y_I} \quad \text{і} \quad s_{\beta}^{(II)} = \frac{\beta_{II} x_{II}}{y_{II}}$$

то  $s_{\beta}^{(I)}$  і  $s_{\beta}^{(II)}$  – відповідно виробничу спроможність власника виробництв сектора I і утилізаційну спроможність власника виробництв сектора II. Будемо надалі припускати, що функції попиту і випуску, тобто функції  $q_I, f_I, \psi_{II}$  є лінійними і

$$\begin{cases} q_I(s_{\tilde{\alpha}}^{(I)}) = \frac{\tilde{\alpha}_I \tilde{x}_I}{y_I}, & q_I(s_{\tilde{\alpha}}^{(II)}) = \frac{\tilde{\alpha}_{II} \tilde{x}_{II}}{y_{II}}, \\ q_I(s_{\alpha}^{(I)}) = \frac{\alpha_I x_I}{y_I}, & q_I(s_{\alpha}^{(II)}) = \frac{\alpha_{II} x_{II}}{y_{II}}, \\ f_I(s_{\beta}^{(I)}) = \frac{\beta_I x_I}{y_I}, & \psi_{II}(s_{\beta}^{(II)}) = \frac{\beta_{II} x_{II}}{y_{II}}. \end{cases} \quad (1)$$

дохід робітників визначається їх зарплатою, яка оподатковується (ставка податку  $\mu_0$ ) і залежить від частини доданої (створеної) вартості у кожному із секторів. Якщо  $\mu_I$  та  $\mu_{II}$  – частки цієї вартості у секторах I та II ( $0 \leq \mu_I, \mu_{II} \leq 1$ ), то зарплати робітників секторів I та II у грошових одиницях (г. о.) будуть такими:

$$\begin{cases} c_I = \frac{K_I \mu_I \beta_I x_I}{L_I}, \\ c_{II} = \frac{K_{II} \mu_{II} \beta_{II} x_{II}}{L_{II}}. \end{cases} \quad (2)$$



Витрати робітників пов'язані з попитом на ОП. При цьому  $y_I q_I(s_{\alpha}^{(I)})$  та  $y_I q_I(s_{\alpha}^{(II)})$  – вартість витрат робітника сектора I та II. Різниця між оподаткованими доходами і витратами формує рівняння динаміки заощаджень робітників, які з урахуванням (1), (2) мають вигляд:

$$\frac{d\tilde{x}_I}{dt} = \frac{(1 - \pi_0) K_I \mu_I \beta_I}{L_I} x_I - \tilde{\alpha}_I \tilde{x}_I, \quad (3)$$

$$\frac{d\tilde{x}_{II}}{dt} = \frac{(1 - \pi_0) K_{II} \mu_{II} \beta_{II}}{L_{II}} x_{II} - \tilde{\alpha}_{II} \tilde{x}_{II}. \quad (4)$$

Перед тим, як моделювати рівняння зміни у часі заощаджень власників виробництв секторів I та II, введемо позначення:  $\pi_1, \pi_2$  та  $\pi_3$  – ставки податків на фонд заробітної плати робітникам, додану вартість у секторі I та секторі II;  $\lambda_{\beta}^{(I)}$  та  $\lambda_{\beta}^{(II)}$  – частки витрат власника сектора I та II на організацію свого виробництва;  $\lambda_I$  та  $\lambda_{II}$  – коефіцієнти випуску та утилізації виробничого забруднення (ВЗ) у секторі I (тобто, якщо  $f_I(s_{\beta}^{(I)})$  – випуск ОП, то  $\lambda_I f_I(s_{\beta}^{(I)})$  – випуск ВЗ, а  $\lambda^* \lambda_I f_I(s_{\beta}^{(I)})$  – обсяг ВЗ, утилізацію якого оплачує виробник сектора I). Дохід виробника сектора I також оподатковується і залежить від обсягу реалізації ОП усім, задіяним у секторах I та II, виробникам і робітникам та іншій частині суспільства ( $P^*$ ), яка не бере участі у виробничих процесах. Інакше кажучи, цей дохід у натуральних одиницях (н. о.) ОП можна оцінити величиною

$$D_I = \frac{1}{K_I} \cdot [K_I q_I(s_{\alpha}^{(I)}) + K_{II} q_I(s_{\alpha}^{(II)}) + L_I q_I(s_{\alpha}^{(I)}) + L_{II} q_I(s_{\alpha}^{(II)}) + P^*]. \quad (5)$$

Для конкретизації величини  $D_I$  будемо припускати, що

$$P^* = k_p^* \cdot [K_I q_I(s_{\alpha}^{(I)}) + K_{II} q_I(s_{\alpha}^{(II)}) + L_I q_I(s_{\alpha}^{(I)}) + L_{II} q_I(s_{\alpha}^{(II)})], \quad (6)$$

де  $k_p^*$  – коефіцієнт пропорційності. Тоді, врахувавши співвідношення (1) та (6), співвідношення (5) запишемо у вигляді:

$$D_I = \frac{1 + k_p^*}{K_I y_I} \cdot [K_I \alpha_I x_I + K_{II} \alpha_{II} x_{II} + L_I \tilde{\alpha}_I \tilde{x}_I + L_{II} \tilde{\alpha}_{II} \tilde{x}_{II}]. \quad (7)$$

Що стосується витрат виробника сектора I, то вони розподіляються на особисте споживання ОП, фонд зарплати робітникам сектора I і відповідний податок, організаційні потреби створення доданої вартості та податок на неї, витрати на утилізацію ВЗ у секторі II. Отже, з урахуванням (7) та (1), (2) рівняння для змінної  $x_I$  буде таким:

$$\frac{dx_I}{dt} = \frac{(1 - \pi_0)(1 + k_p^*)}{K_I} (K_I \alpha_I x_I + K_{II} \alpha_{II} x_{II} + L_I \tilde{\alpha}_I \tilde{x}_I + L_{II} \tilde{\alpha}_{II} \tilde{x}_{II}) - \quad (8)$$

$$- [\alpha_I + (1 + \pi_1) \mu_I \beta_I + (\lambda_{\beta}^{(I)} + \pi_2) \beta_I] x_I - \frac{\lambda_I^* \lambda_I \beta_I x_I y_{II}}{y_I}.$$

Власник виробництв сектора II отримує дохід від профінансованого попиту на утилізацію ВЗ від виробників сектора I та попиту на утилізацію ПЗ ( $P^{**}$ ) інших суб'єктів суспільства, які не задіяні у діяльності секторів I і II, тобто у н. о. його неоподаткований дохід

$$D_{II} = \frac{1}{K_{II}} (K_I \lambda_I^* \lambda_I f_I(s_{\beta}^{(I)}) + P^{**}). \quad (9)$$

Нехай

$$P^{**} = k_p^{**} K_I \lambda_I^* \lambda_I f_I(s_{\beta}^{(I)}) \quad (10)$$

де  $k_p^{**}$  – коефіцієнт пропорційності.

Тоді, підставивши (10) у (9), матимемо:

$$D_{II} = \frac{1}{K_{II}} (1 + k_p^{**}) K_I \lambda_I^* \lambda_I f_I(s_{\beta}^{(I)}). \quad (11)$$



Витрати виробника сектора II аналогічні до витрат виробника сектора I. Вони пов'язані із особистим споживанням ОП, видатками на фонд зарплати своїм робітникам і його оподаткування, а також на організаційні потреби своєї діяльності та податок на додану вартість (на право займатися утилізацією ПЗ). Тому з огляду на співвідношення (1), (2), (11) динаміка величини  $x_{II}$  формалізується рівнянням:

$$\frac{dx_{II}}{dt} = \frac{(1 - \pi_0)(1 + k_p^{**})K_I \lambda_I^* \lambda_I \beta_I x_I y_{II}}{K_{II} y_I} - [\alpha_{II} + (1 + \pi_1)\mu_{II}\beta_{II} + (\lambda_{\beta}^{(II)} + \pi_3)\beta_{II}]x_{II}. \quad (12)$$

Зміна у часі ціни на ОП та тарифу на утилізацію відбувається під впливом надлишкового попиту відповідно на ОП та ПЧД, тому враховуючи (1), (7) та (11), прийдемо до рівнянь

$$\frac{dy_I}{dt} = \frac{\theta_I(1 + k_p^*)}{y_I} [K_I(\alpha_I - \beta_I)x_I + K_{II}\alpha_{II}x_{II} + L_I\tilde{\alpha}_I\tilde{x}_I + L_{II}\tilde{\alpha}_{II}\tilde{x}_{II}], \quad (13)$$

$$\frac{dy_{II}}{dt} = \theta_{II} \left[ \frac{(1 + k_p^{**})K_I \lambda_I^* \lambda_I \beta_I x_I}{y_I} - \frac{K_{II}\beta_{II}x_{II}}{y_{II}} \right], \quad (14)$$

де  $\theta_I$  та  $\theta_{II}$  – так звані коефіцієнти інерційності ринків ОП та ПЧД або коефіцієнти регулювання ціни та тарифу.

Динаміка забруднення довкілля залежить від обсягів пропозиції та утилізації ПЗ, а також від можливостей самоочищення природного середовища, які визначаються коефіцієнтом природного спаду забруднення  $\mu$  ( $0 \leq \mu \leq 1$ ). Щодо пропозиції (випуску) ПЗ, то вона містить дві складові. Перша частина – це виробничі відходи сектора I, які у н. о. можна описати величиною

$$Z_I = K_I \lambda_I f_I(s_{\beta}^{(I)}) = \frac{K_I \lambda_I \beta_I x_I}{y_I}.$$

Інша частина – це забруднення невиробничого характеру, яке є продуктом діяльності усього суспільства. Позначивши його через  $Z$ , будемо вважати, що величина  $Z$  зв'язана коефіцієнтом пропорційності  $k_Z$  із величиною  $P^*$  попиту на ОП, тобто  $Z = k_Z P^*$  (споживання ОП також є причиною забруднення, наприклад, побутового). Отже, обсяг випуску забруднення становить  $Z_I + Z$  одиниць (од.). Утилізація забруднення здійснюється у секторі II, тому обсяг утилізованого забруднення становить  $K_{II}\psi_{II}(s_{\beta}^{(II)}) = \frac{K_{II}\beta_{II}x_{II}}{y_{II}}$  од.

Отже, з урахуванням вищесказаного та співвідношення (6) рівняння динаміки забруднення довкілля набуде вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} = & \frac{K_I \lambda_I \beta_I x_I}{y_I} + \frac{k_Z k_p^*}{y_I} [K_I \alpha_I x_I + K_{II} \alpha_{II} x_{II} + L_I \tilde{\alpha}_I \tilde{x}_I + L_{II} \tilde{\alpha}_{II} \tilde{x}_{II}] - \\ & - \frac{K_{II} \beta_{II} x_{II}}{y_{II}} - \mu w. \end{aligned} \quad (15)$$

Доповнимо співвідношення (3), (4), (8), (12)–(15) початковими умовами

$$\begin{cases} \tilde{x}_I(t_0) = \tilde{x}_I^{(0)}, \tilde{x}_{II}(t_0) = \tilde{x}_{II}^{(0)}, x_I(t_0) = x_I^{(0)}, \\ x_{II}(t_0) = x_{II}^{(0)}, y_I(t_0) = y_I^{(0)}, y_{II}(t_0) = y_{II}^{(0)}, \\ w(t_0) = w^{(0)}. \end{cases} \quad (16)$$

У сукупності співвідношення (3), (4), (8), (12)–(16) формалізують одну із можливих динамічних моделей двосекторної екологічної економіки у випадку лінійних функцій економічної поведінки її суб'єктів, у якій враховано також контроль суспільства над забрудненням довкілля. На основі цієї моделі можна здійснити ряд модифікацій та розширень, на яких детально зупинятися не будемо, але зазначимо, що інші варіанти моделей можна запропонувати, змінивши припущення щодо класу поведінкових функцій, величин  $P^*$ ,  $P^{**}$  і  $Z$ , а також щодо ряду параметрів, роль яких у моделях цього класу надзвичайно важлива.

**Висновки.** Викладений у праці підхід до моделювання динаміки процесів екологізації економіки та контролю над забрудненням довкілля неутілізованими відходами виробничої та невиробничої діяльності є основою концепції побудови моделей екологічної економіки у сучасних умовах переоцінки понять та змісту економічного зростання, рівня та якості життя, екологічних стандартів життєдіяльності людини тощо. Якісний та кількісний аналіз траєкторій еколого-економічної динаміки та її соціально-економічних



характеристик на основі моделей описаного типу дає змогу оцінити реальні можливості становлення та розвитку екологічної економіки та її наслідків для людського суспільства. Результати дослідження описаної вище моделі та її модифікацій послужать важливою інформаційною базою для підтримки прийняття рішень щодо управління економікою і підвищення рівня її екологічності та соціального призначення.

### Література:

1. Форрестер Дж. Мировая динамика. Москва : Наука, 1978. 168 с.  
Forrester, Dzh. (1978). *Mirovaja dinamika* [World dynamics]. M., Nauka, 168 s. [in Russian].
2. Медоуз Д. Х., Медоуз Д. Л., Рандерс Й. За пределами роста : уч. пос. Москва : Прогресс, Пангея, 1994. 304 с.  
Medouz D.H., Medouz D.L., Randers J. (1994). *Za predelami rosta* [Beyond growth]. Uch. pos. M. : Progress, Rangeja, 1994. 304 s. [in Russian].
3. Леонтьев В. В., Форд Д. Межотраслевой анализ влияния структуры экономики на окружающую среду. *Экономика и математические методы*. Москва. 1972. Т. 8. № 3. С. 370–400.  
Leont'ev, V.V., Ford, D. (1972). Interdisciplinary analysis of the influence of economic structure on the environment *Mezhotraslevoj analiz vlijanija struktury jekonomiki na okružhajushhuju sredu* [Economics and Mathematical Methods], vol. 3, pp. 370-400. [in Russian].
4. Моисеев Н. Н. Современный антропогенез и цивилизационные разломы. Экологополитологический анализ. Москва : МНЭПУ, 1994. 47 с.  
Moiseev N.N. (1994). *Sovremennyj antropogenez i civilizacionnye razlomy. Jekologopolitologičeskij analiz*. [Modern anthropogenesis and civilizational faults. Ecological and political analysis] M. : MNJePU, 47 s. [in Russian].
5. Концепция математического обеспечения новых информационных технологий оценки экологических решений / Лотов А. В., Петров А. А., Пospelов И. Г., Шананин А. А. Москва : Переславль-Залесский, 1990. 61 с.  
Lotov A.V., Petrov A.A., Pospelov I.G., Shaninin A.A. (1990). *Koncepcija matematičeskogo obespečenija novyh informacionnyh tehnologij ocenki jekologičeskikh reshenij* [The concept of mathematical support for new information technologies for assessing environmental solutions]. Moskva-Pereslav'-Zalesskij, 61 s. [in Russian].
6. Ляшенко И. Н., Михалевич М. В., Утеулиев Н. У. Методы эколого-экономического моделирования. Нукус : Билим, 1994. 236 с.  
Ljashenko, I.N., Mihalevich, M.V., Uteuliev, N.U. (1994). *Metody jekologo-jekonomičeskogo modelirovanija* [Methods of the eco-economic modeling]. Nukus, : Bilim, 236 s. [in Russian].
7. Ляшенко І. М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. Київ : Вища школа, 1999. 236 с.  
Lyashenko I.M. (1999). *Ekonomiko-matematychni metody ta modeli stalogo rozvytku* [Economic and mathematical methods and models of sustainable development]. K. : Vyshha shkola, 236 s. [in Ukrainian].
8. Онищенко А. М. Моделирование эколого-экономической взаимодействия в процессе выполнения решений Киотского протокола : монография. Полтава : Полтавський літератор, 2011. 398 с.  
Onyschenko, A.M. (2011). *Modeliuvannia ekoloĥo-ekonomičnoi vzaiemodii v protsesi vykonannia rishen' Kiots'koho protokolu : [monografija]* [Modelling of ecologic-economic interaction in the process of implementation decisions of Kiotskogo protocol]. Poltavs'kyj literator, Poltava, 398 s. [in Ukrainian].
9. Кузубов М. В., Єдинак О. М., Овандер Н. Л. Моделирование экономических и эколого-экономических процессов. Київ : КСУ, 2010. 170 с.  
Kuzubov M.V., Yedynak O.M., Ovander N.L. (2010). *Modeliuvannia ekonomičnykh i ekoloĥo-ekonomičnykh protsesiv* [Modeling of economic and ecological-economic processes]. K. : KSU, 170 s. [in Ukrainian].
10. Буяк Л. М. Математичні моделі загальної економічної динаміки з урахуванням соціально-економічної кластеризації : монографія. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2016. 392 с.  
Buiak L.M. (2016). *Matematychni modeli zahal'noi ekonomičnoi dynamiky z urakhuvanniam sotsial'no-ekonomičnoi klasteryzatsii : monografija* [Mathematical models of general economic dynamics taking into account socio-economic clustering: monograph]. Chernivtsi : Chernivets'kyj nats. un-t, 392 s. [in Ukrainian].