



Отримано: 12 серпня 2022 р.

Прорецензовано: 29 серпня 2022 р.

Прийнято до друку: 02 вересня 2022 р.

e-mail: ankulyk@kneu.edu.ua

DOI: 10.25264/2311-5149-2022-26(54)-37-42

Кулик А. Б. Застосування (R,S) моделі при плануванні запасів на промисловому підприємстві. *Наукові записки Національного університету «Острозька академія». Серія «Економіка»* : науковий журнал. Острог : Вид-во НаУОА, вересень 2022. № 26(54). С. 37–42.

УДК: 338.984; 338.45; 519.233, 519.252

JEL-класифікація: C51, L22, O25

ORCID-ідентифікатор: <https://orcid.org/0000-0002-6629-0253>**Кулик Анатолій Борисович,**

кандидат фізико-математичних наук, доцент,

ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»

ЗАСТОСУВАННЯ (R,S) МОДЕЛІ ПРИ ПЛАНУВАННІ ЗАПАСІВ НА ПРОМИСЛОВОМУ ПІДПРИЄМСТВІ

При плануванні запасів в системі управління підприємством важливим є створення і поповнення запасів, організація неперервного контролю і оперативне постачання сировини. Використання моделей дозволяє вирішувати питання формування оптимальної виробничої програми підприємства, інвестування у виробництво, а також допомагає здійснювати стратегічне планування розвитку підприємства. Значення моделей управління запасами полягає в їх точності, що дає можливість не тільки зменшити експлуатаційні витрати, а також витрати на накопичення запасів.

Метою цього дослідження є побудова моделі із системою з урахованими вимогами, за допомогою якої знаходиться оптимальне значення рівня запасу і обсяг середньо кварталних витрат, який відповідає оптимальному значенню.

У дослідженні зроблено висновки, що під час регулювання запасів необхідним є знаходження оптимального рівня запасів, а також середніх витрат за період, що відповідає нормативному рівню запасу. Також важливо встановити необхідну кількість деталей, при зменшенні якої потрібно подавати замовлення на поставку чергової партії сировини.

Ключові слова: системи з урахованими вимогами, запаси, резерв, нормальний розподіл.

Anatolii Kulyk,Candidate of Physics and Mathematics, Associate professor,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman

APPLICATION OF THE (R, S) MODEL WHEN PLANNING STOCKS IN AN INDUSTRIAL ENTERPRISE

One of the current problems in the enterprise management system is the creation and replenishment of stocks, the organization of continuous monitoring and prompt supply of raw materials. Using mathematical models, you can solve the problem of forming the optimal production program of the enterprise, investing in production, as well as to carry out strategic planning of enterprise development. In each case, it is important to build a model that describes the system under study, and on its basis to find the optimal ratio between costs and benefits of the selected level of stocks and determine what size stocks are sufficient. Correct inventory management allows you to maintain the production process and meet the needs of consumers in a timely manner.

The purpose of this study is to build a model with a system with fully backordering, which is the optimal value of the stock level and the amount of average quarterly costs, which corresponds to the optimal value.

Research methods are based on a probabilistic model of management approach for the enterprise. The method of building a model of inventory management system with periodic inspections was used, which found the average values of the intensity of demand for raw materials, unit costs and the cost of order verification. Depending on the initial values of the parameters, the optimal reserve of the quarterly stock is calculated, which corresponds to the given demand intensity.

The study concludes on the value of the optimal level of stocks, as well as the average cost for the period corresponding to the regulatory level of stock.

Keywords: fully backordering, stocks, reserve, normal distribution.

Постановка проблеми. Періоди економічного зростання нерідко змінюються кризою, яка є не простою для промислових підприємств. Не впливаючи явно на кінцевий результат роботи підприємства, виробничі запаси впливають на показники ефективності їх діяльності: собівартість продукції, тривалість виробничого циклу, логістичні витрати тощо.

На промислових підприємствах запаси є активами підприємства, які повинні відповідати потребам виробництва для нормального функціонування підприємства. Правильне управління запасами дозволяє підтримувати виробничий процес та своєчасно забезпечувати потреби споживачів, а також недопущення утворення надлишкового рівня запасів, що веде до зайвої іммобілізації коштів підприємства та додаткових



складських витрат. У результаті розумної економічної політики фірма зможе отримувати максимальний прибуток. Це досягається шляхом встановлення точного обсягу запасів, які знаходяться на складах, визначенням оптимальних термінів виконання замовлення та прогнозуванням запасів, які потрібно поповнити найближчим часом. Оптимізація запасів допомагає зменшити витрати, оптимізувати обробку замовлень, забезпечити якісне обслуговування клієнтів, попередження псування, втрати або крадіжки товару.

Більшість задач в логістичному менеджменті з управління запасами відноситься до класу екстремальних, тобто в них потрібно знайти максимум або мінімум деякої цільової функції. Отриманий розв'язок називається оптимальним. В практичному застосуванні ця теорія містить значний інноваційний потенціал, який може мати суттєвий економічний ефект при плануванні запасів. Для реалізації цього потенціалу потрібно мати інструмент, який дозволяє оцінювати якість розв'язків задач планування запасів.

Одним з таких інструментів може бути модель системи управління запасами з періодичними перевірками (місяць, квартал, рік). Після кожної перевірки приймається рішення про поповнення запасу. Зокрема, у роботі розглядається застосування (r, S) моделі, яка базується на тому, що кожен період r здійснюється поповнення запасу S .

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Одним із ефективних способів управління запасами є такий, який мінімізує витрати на підтримку та підтримку запасів. Для досягнення поставленої мети визначаються [1, с. 134]: час розміщення замовлення для поповнення запасів і оптимальний розмір замовлення. Ці завдання вирішуються за допомогою автоматизованих систем управління запасами [2, с. 204] із застосуванням економіко-математичних методів, а також впровадженням інноваційних підходів [3, с. 47; 4, с. 298]. Так, у [5, с. 4] розглядається, як фірми впроваджують інновації у свій бізнес і як розробити процес для більш стійких інноваційних бізнес-моделей. Дослідження базується на даних іспанської компанії у виноробному секторі. Пропонується нова теоретична модель, яка включає перспективу інноваційного процесу бізнес-моделі для сталого розвитку та додає кілька відповідних аспектів, щоб зробити процес більш успішним. F. Cosenz та E. Vivona у [6, с. 659] запропонували підхід до динамічного бізнес-моделювання, який є специфічним для малих і середніх підприємств і служить інструментом для розробки стратегії економічного виробництва для бізнес-моделей, пов'язаних з інноваціями. Дослідження реальних суб'єктів малого та середнього бізнесу, які брали участь в інновації своєї бізнес-моделі, проілюстровано емпіричними даними, отриманими за допомогою цього підходу. У дослідженні [7, с. 10] пропонується модель прогнозування банкрутства для підприємств, яка використовує транзакційні дані та змінні платіжної мережі за сценарієм, де не потрібні фінансові (бухгалтерські) дані. У [8, с. 17] запропоновано кількісні моделі економічного замовлення на демонтаж з метою зменшення витрат на запаси у зворотній логістиці. Було розроблено кілька моделей для визначення інтервалів повторного замовлення в системах демонтажу відповідно до фіксованих витрат на замовлення демонтажу та витрат на запаси. У [9, с. 1055] автори проаналізували динамічну взаємодію запасів і фінансового хеджування. Показано, що вони можуть бути заміниками в динамічному середовищі. Порівнюються результати в різних середовищах хеджування. У [10, с. 1240] управління ризиками порушень ланцюга поставок досліджується з використанням запасів і резервних потужностей для стохастичного попиту. Визначено оптимальні рівні запасів і резервних виробничих потужностей для фірми з ризиком порушення ланцюга поставок. В [11, с. 236] автори висунули змішану цілочисельну модель лінійного програмування для оптимізації постачання матеріалів або компонентів, які споживаються нерегулярно. Цільовою функцією моделі є мінімізація загальних витрат на управління запасами. Модель дозволяє користувачеві визначити економічний обсяг замовлення на послідовні періоди будівельних робіт і вибрати найбільш економічні канали постачання того чи іншого матеріалу.

Підводячи підсумок огляду літератури, можна зробити висновки, що на сьогоднішній день існує багато ідей і методів щодо впровадження нових технологій або вдосконалення існуючих при плануванні запасів на підприємстві. Тим не менш, на практиці багато компаній не наважуються впроваджувати методи, засновані на побудові математичних моделей.

Мета і завдання дослідження: віднайти оптимальне значення рівня запасу і обсяг витрат за певний період (квартал), який відповідає оптимальному значенню рівня запасу.

Виклад основного матеріалу. Для побудови системи з урахованими вимогами введемо наступні позначення. Нехай r – проміжок між двома черговими перевірками, після кожної з яких рівень запасу стає рівним S . Для визначення оптимальних значень цих параметрів (через мінімізацію очікуваних витрат на систему управління запасами) уведемо низку позначень:

λ – середня інтенсивність попиту; L – час виконання замовлення; $f(x, t)$ – щільність розподілу ймовірностей попиту X , що мав місце впродовж часу t ; W – вартість перевірки та подачі замовлення; G_1 – питоми витрати, пов'язані з відкладеним попитом за цикл; H – питоми витрати, пов'язані зі зберіганням ресурсу протягом року.

За рік відбувається $1/r$ циклів. Тому середньорічні витрати зберігання – це витрати зберігання за цикл, помножені на $1/r$. Оскільки одразу після розміщення замовлення фіктивний рівень запасу в системі досягає рівня S , то після його виконання наявний запас у системі має обсяг $(S-\mu)$, де μ – математичне сподівання попиту за час виконання замовлення L . Середні витрати на зберігання за цикл знайдемо як період між двома черговими поставками. Якщо середня інтенсивність попиту стала, то в момент наступної поставки середній рівень запасу в системі становитиме $(S-\mu-\lambda r)$. Це означає, що математичне сподівання інтегрального чистого запасу за цикл наближено дорівнює середньому інтегральному наявному запасу:

$$r\left(\frac{1}{2}(S-\mu)+\frac{1}{2}(S-\mu-\lambda r)\right)=r\left(S-\mu-\frac{\lambda r}{2}\right). \quad (1)$$

Тоді середньорічні витрати, пов'язані з зберіганням, становитимуть:

$$H\left(S-\mu-\frac{\lambda r}{2}\right)$$

Знайдемо витрати, пов'язані з відкладеним попитом. Оскільки в момент t подачі нового замовлення фіктивний рівень запасу стає рівним S з уже врахованим задоволенням відкладеного попиту попереднього періоду, то з нього має задовольнятися попит на проміжку часу $r+L$. Тому середній обсяг відкладеного попиту за період становить:

$$\frac{1}{r} \int_S^{+\infty} (x-S)f(x, r+L) dx$$

Таким чином, цільова функція (середньорічні витрати залежно від S та r) має вигляд:

$$\bar{V}(S, r) = \frac{W}{r} + H\left(S-\mu-\frac{\lambda r}{2}\right) + \frac{G_1}{r} \int_S^{+\infty} (x-S)f(x, r+L) dx \quad (2)$$

Для пошуку оптимальних значень r і S потрібно мінімізувати функцію $\bar{V}(S, r)$. Для цього потрібно, щоб виконувалася умова:

$$\frac{\partial \bar{V}(S, r)}{\partial S} = 0, \quad (3)$$

або

$$H - \frac{G_1}{r} \int_S^{+\infty} (x-S)f(x, r+L) dx = 0 \quad (4)$$

Рівняння (4) можна переписати у вигляді:

$$\int_S^{+\infty} (x-S)f(x, r+L) dx = \frac{Hr}{G_1} \quad (5)$$

Розв'язок рівняння (5) S^* є єдиний [12, с. 272; 13, с. 176].

У випадку нормально розподіленого попиту рівняння (5) має такий вигляд:

$$\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{S-\lambda(L+r)}{\sigma\sqrt{L+r}}\right) = \frac{Hr}{G_1} \quad (6)$$

Тут $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$ – функція Лапласа.

Розв'язуючи рівняння (6), отримаємо шукане значення оптимального рівня запасу в системі з урахованими вимогами:

$$S^* = \sigma\sqrt{L+r} \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{G_1-2Hr}{2G_1}\right) + \lambda(L+r) \quad (7)$$

Тоді середньорічні витрати у разі нормально розподіленого попиту в системі з урахованими вимогами можна знайти за формулою:

$$\bar{V}(S^*, r) = \frac{1}{r} \left[W + (G_1 + Hr)\sigma\sqrt{L+r} \cdot \varphi\left(\Phi^{-1}\left(\frac{G_1-2Hr}{2G_1}\right)\right) \right] + \frac{H\lambda r}{2} \quad (8)$$

де $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ – функція Гаусса.



У дослідженні використовувався статистичний метод, заснований на систематизації та обробці статистичних даних. Для множини об'єктів X , що спостерігаються, будуються гістограми відносної частоти. Варіанти (спостереження) від найменшого значення до найбільшого розбиваються на кілька відрізків рівної довжини h . Потім обчислюють суму відносних частот значень варіант X , які належать кожному з отриманих відрізків. Якщо в k -му інтервалі ($k = 1, 2, \dots$) кількість спостережуваних варіантів дорівнює n_k , то будується прямокутник, основою якого є відрізок довжини h , а висота дорівнюватиме n_k/n , де n – кількість спостережень. Далі, використовуючи результати побудованої вибірки, знайдено точкові статистичні оцінки невідомих параметрів випадкової величини X : середнього і стандартного відхилення.

Розглянемо процес закупівлі сировини на ПрАТ «Київське центральне конструкторське бюро арматуробудування», на якому в процесі виробництва потрібно періодично проводити закупівлю різних деталей.

Використовуючи статистичні дані закупок деталей за період 2018–2021 рр. [14, с. 2], можна переконалися, що інтенсивність попиту на сировину дорівнює 15 тонн на тиждень із середньоквадратичних відхиленням 4 тонни на тиждень. Диференціальна функція для цього закону має вигляд:

$$f(S; 15, 4) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(S-15)^2}{32}\right). \quad (9)$$

При плануванні витрат від щотижневих потреб переходять до середньомісячних або середньо кварталних. Для цього підприємства властивим є планування середньоквартальних витрат.

Таблиця 1

Квартальні статистичні дані діяльності підприємства

Рік	Квартал	Попит	Costs_W	Costs_GI	Costs_H	r (тиждень)
2018	I	191	12	28	5	3
	II	176	8	22	3	1
	III	209	7	20	2	1
	IV	188	11	27	5	3
2019	I	191	9	24	3	2
	II	174	10	25	5	2
	III	172	11	27	3	3
	IV	150	12	28	4	3
2020	I	187	11	27	4	3
	II	159	13	27	5	3
	III	186	8	22	6	1
	IV	179	11	27	4	3
2021	I	183	7	20	2	1
	II	173	9	24	3	2
	III	194	10	26	4	2
	IV	177	8	22	3	1
Середнє		187.5	10	25	4	2

Джерело: дослідження автора.

Неважно переконалися, що величини W , G_p , H , r розподілені за рівномірним законом. Тому для подальших обчислень візьмемо середні значення цих величин за 4 роки.

Згідно з властивостями математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення для кварталу будемо мати:

$$\mu = 15 \cdot 12.5 = 187.5, \quad \sigma = 4 \cdot 12.5 = 50.$$

Оскільки мінімальна кількість тижнів в кварталі 12, а максимальна 13, тому середня кількість буде дорівнювати 12.5.

Таким чином, середня інтенсивність попиту на сировину дорівнює 187.5 тонн / квартал із середньоквадратичним відхиленням 50 і при управлінні запасами використовується (r, S) стратегія. Величини W , G_p , H мають рівномірний закон розподілу. Тому витрати, пов'язані з перевіркою і подачею замовлення, –

$$W = \frac{7+13}{2} = 10;$$

$$\text{з відкладеним попитом за цикл} - G_1 = \frac{22+28}{2} = 25;$$

$$\text{зі зберігання цієї сировини} - H = \frac{2+6}{2} = 4.$$

Час замовлення становить в середньому 4 тижні.

Знайдемо оптимальний рівень запасу S , за фіксованого $r=2$ тижні.

За умовою $r = \frac{2}{12.5} = 0.16$, $L = \frac{4}{12.5} = 0.32$. Тоді за формулою (7) знайдемо оптимальне значення рівня запасу S :

$$S^* = 50\sqrt{0.16+0.32} \cdot \Phi^{-1}(0.4744) + 187.5 \cdot (0.16 + 0.32) \approx 158 \text{ (тонн)}.$$

За формулою (8) знайдемо обсяг середньо кварталних витрат за умови, що $S=158$:

$$\bar{V}(158, 0.16) = \frac{1}{0.16} \left[10 + (25 + 4 \cdot 0.16) \cdot 50 \cdot \sqrt{0.48} \cdot \varphi(1.95) \right] + \frac{4 \cdot 187.5 \cdot 0.16}{2} \approx 453.$$

Отже, використовуючи модель системи управління запасами з періодичними перевірками ((r, S) модель), знайдено оптимальне значення рівня запасу і обсяг середньо кварталних витрат, який відповідає оптимальному значенню.

З табл. 1 видно, що параметр r не є сталим. Для знаходження оптимального значення рівня запасу було взято середнє значення проміжку між двома черговими перевірками, що дорівнює 2 (тижням).

З отриманих результатів видно, що оптимальне значення рівня запасу S складає $\frac{158}{187.5} \cdot 100\% \approx 84\%$ від інтенсивності попиту на сировину за квартал.

В процесі виробництва на цьому підприємстві потрібно періодично проводити закупівлю більш ніж 60 різних деталей. В табл. 1 наведено усереднені дані для всіх видів запасів. Якщо розглядати деталі окремо, то вартість перевірки та подачі замовлення і питомі витрати, пов'язані зі зберіганням ресурсу, не обов'язково будуть мати рівномірний розподіл. Крім цього, ми припускали, що закупівельна ціна не залежить від обсягу партії, що закуповується; сумарний обсяг невиконаних замовлень за період r невеликий, тобто відразу після поповнення відкладений попит можна задовольнити; питомі витрати, пов'язані з відкладеним попитом за цикл (G_1), не залежать від часу, що пройде з моменту реєстрації невиконаної вимоги до її виконання.

Висновки. Розглянуто процес закупівлі деталей на ПрАТ «Київське центральне конструкторське бюро арматуробудування» за період 2018–2021 рр., при цьому показано, що щотижневий попит на деталі розподілений за нормальним законом розподілу. Знайшовши середні значення вартості перевірки та подачі замовлення, питомі витрати, пов'язані зі зберіганням сировини та відкладеним попитом, встановлений оптимальний рівень кварталного запасу S^* , що відповідає двотижневому періоду між перевірками відносно поповнення запасів. Формування запасів виробництва на промисловому підприємстві є ключовим і непростим елементом формування та розвитку виробничо-господарського механізму підприємства. При плануванні витрат на промисловому підприємстві важливим є створення і поповнення запасів, організація неперервного контролю і оперативне постачання сировини. Під час регулювання запасів необхідним є знаходження оптимального рівня запасів, а також середніх витрат за період, що відповідає нормативному рівню запасу. Також важливо встановити необхідну кількість сировини, при зменшенні якої потрібно подавати замовлення на поставку чергової партії деталей.

Подальшим напрямком досліджень можна розглянути випадок, коли параметр r не фіксується. Очевидно, що тоді розв'язок може бути знайдений тільки чисельним методом за допомогою відповідних сучасних програм комп'ютерної алгебри. Також корисним для менеджерів підприємства є розглянути управління запасами окремо, а не тільки в цілому. Як було зазначено вище, не для всіх деталей вартість перевірки та подачі замовлення розподілена рівномірно.

Література:

1. Schwartz L.B. (1981) Multi-level production/inventory control systems: theory and practice. *North Holland: Studies in the Management Sciences*, 398.
2. Raymond F. E. (1931) Quantity and Economy in Manufacture. *Chicago: McGraw-Hill, New York*, 375.
3. Zipkin, P.H. (2000) Foundations of Inventory Management. *McGraw-Hill: New York*, 514.
4. Grubbström, R.W. (2007) Transform methodology applied to some inventory problems. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, vol. 77, no. 6, 297–324. <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11573-007-0022-7>>
5. Lopez-Nicolas, C., Ruiz-Nicolas, J., Mateo-Ortuno, E. (2021) Towards Sustainable Innovative Business Models. *Sustainability*, vol. 5804, no. 13, 1-19.
6. Cosenz, F., Bivona, E. (2021) Fostering growth patterns of SMEs through business model innovation. A tailored dynamic business modelling approach. *Journal of Business Research*, vol. 130, no. 3, 658-669.
7. Kou, G., Xu, Y., Peng, Y., Shen, F. (2021) Bankruptcy prediction for SMEs using transactional data and two-stage multiobjective feature selection. *Decision Support Systems*, vol. 140, 113429.
8. Godichaud, M., Amodeo, L., (2018) Economic order quantity for multistage disassembly systems. *International Journal of Production Economics*, vol. 199, no 5, 16-25.



9. Kouvelis, P., Pang, Z., Ding, Q. (2018) Integrated Commodity Inventory Management and Financial Hedging: A Dynamic Mean-Variance Analysis. *Production and Operations Management*, vol. 27, no. 6, 1052-1073.
10. Luecker, F., Seifert, R., Bicer, I. (2019) Roles of inventory and reserve capacity in mitigating supply chain disruption risk. *International Journal of Production Research*, vol. 57, no. 4, 1238-1249.
11. Jaskowski, P., Sobotka, A., Czarnigowska, A., (2018) Decision model for planning material supply channels in construction. *Automation in Construction*, vol. 90, no. 6, 235-242.
12. Hadly G., Whitin T. (1963) Analysis of inventory systems. *Englewood Cliffs: Prentice Hall*, 452.
13. Манжос Т. Ймовірносні моделі управління запасами на підприємствах холдингового типу. Київ : КНЕУ, 2016. 254 с.
- Manzhos T. (2016) Ymovirnosni modeli upravlinnia zapasamy na pidprijemstvakh kholdynhovoho typu [Probabilistic models of inventory management at holding companies], K: KNEU [Kyiv: KNEU], 254.
14. Reports private joint stock company "Kyiv central design bureau of reinforcement construction" <<http://kckba.pat.ua/emitents/reports>>(2021, December, 1).