Отримано: 30 січня 2023 р.

Прорецензовано: 24 лютого 2023 р.

Прийнято до друку: 28 лютого 2023 р.

e-mail: halakhova.tetiana@kneu.edu.ua

ORCID-ідентифікатор: https://orcid.org/0000-0002-0600-1886

e-mail: ankulyk@kneu.edu.ua

ORCID-ідентифікатор: https://orcid.org/0000-0002-6629-0253

DOI: 10.25264/2311-5149-2023-28(56)-151-155

Галахова Т. О., Кулик А. Б. Ймовірнісні моделі виробничих запасів на підприємстві. *Наукові записки Національного університету «Острозька академія». Серія «Економіка» : науковий журнал.* Острог : Вид-во НаУОА, березень 2023. № 28(56). С. 151–155.

УДК: 338.984; 338.45; 519.233, 519.252

JEL-класифікація: C51, L22, O25

Галахова Тетяна Олексіївна,
кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри міжнародного менеджменту Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана
Кулик Анатолій Борисович,
кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана

ЙМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ ВИРОБНИЧИХ ЗАПАСІВ НА ПІДПРИЄМСТВІ

Метою цього дослідження є побудова моделі, яка може бути рекомендована як модель оцінки взаємозв'язки факторів періоду між закупівлею сировини та тривалістю її придатності, що впливають на управління запасами компанії.

Використовуючи статистичні дані, побудована гістограма відносних розподілу частот між датами двох чергових закупок деталей і критичні області для випадкових величин днів (T) між закупками і кількістю деталей (S). Показано, що різниця в датах між двома черговими закупками сировини розподілена за нормальним законом розподілу. Обчислений розмір резерву деталей в залежності від встановленого рівня надійності. Для різних значень цього рівня розраховані потреби сировини в процесі виробництва для уникнення простою.

Ключові слова: *виробничі запаси, нормальний закон розподілу, центральна гранична теорема.*

Tetiana Halakhova,
Candidate of Economic Sciences, Associate professor,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
Anatolii Kulyk,
Candidate of Physics and Mathematics, Associate professor,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman

PROBABILITY MODELS OF PRODUCTION INVENTORIES AT THE ENTERPRISE

When managing production or commodity stocks, two main questions arise: when to replenish the stock and what should be its optimal size.

The purpose of this study is to build a probabilistic model, which can be proposed as a new inventory model, with the help of which the relationships between the period factors between the purchase of parts and their shelf life, which affect inventory management, are established.

Research methods are based on the approach using continuous distribution laws. The size of the reserve of parts is calculated depending on the established risk factor. Using the statistical method, point estimates were found for the studied parameters: average and root mean square deviation. A histogram of relative frequencies between the dates of two consecutive purchases is constructed. Critical areas for the studied parameters are illustrated. The value of the difference in days between the purchase of parts and the amount of the purchase of parts, which correspond to the normal laws of the distribution of random variables with the appropriate parameters, as well as the critical values of the need for parts in the production process, were calculated. The size of the parts reserve was found, which corresponds to the normal distribution law, depending on the established risk factor. For different values of this coefficient, the value of the difference in days between purchases of parts, the amount of purchases and the reserve of parts, which correspond to the distributions of random values, as well as the critical value of the need for parts in the production process to avoid production downtime are given. Using the central limit theorem, it is shown that the purchase volume of parts and the volume of used parts are normally distributed.

Taking into account the degree of uncertainty associated with the structure of demand and the time of use of stocks at the enterprise, the authors chose probabilistic models that make it possible to flexibly change simulated demand and take this into account in forecasting.

The research concluded that the probabilistic approach is the basis for forecasting inventory management at the enterprise, which takes into account the risks associated with determining the optimal need for raw materials at the enterprise.

Keywords: *Inventories, Normal distribution, Central limit theorem.*

Постановка проблеми. Однією з актуальних проблем інвентаризації на підприємствах є неузгодженість ритмічності та неперервності виробництва, темпів виробництва продукції, різна тривалість часу між поставками сировини коливання інтенсивності споживання. Це обумовлює створення та зберігання виробничих чи товарних запасів, які можуть складатися з сировини, матеріалів, напівфабрикатів, комплектуючих виробів, товарів, відходів тощо. Крім того, виробничі запаси є одним з ключових чинників функціонування підприємства.

Метою політики управління запасами є знаходження балансу між кількістю запасів та фінансовими витратами на їх придбання (виготовлення) та зберігання. В результаті підвищуватиметься рентабельність та швидкість обігу вкладених фінансових коштів. Природним процесом є формування запасів для роботи організації: закупка товарів та матеріалів, з яких виготовляється продукція для реалізації тощо. Нестача запасів може призвести до збоїв у виробництві, зривів термінів виконання робіт, а їх надлишок – до фінансових втрат (витрати на зберігання, запаси, що швидко псуються тощо)

Припустимо, що є очікувані річні витрати сировини деякого підприємства. Витрати сировини є випадковою величиною. Протягом року сировина поповнюється n разів рівними партіями. Для того, щоб сировини вистачило на кожен із n інтервалів часу, потрібно сформувати деякий додатковий запас. В цьому випадку створюється певний резерв деталей, а потім здійснюються планові поповнення сировини.

Таким чином, коли основний запас вичерпується, а підприємство не встигло закупити нову партію сировини, непередбачувані потреби покриваються з резерву. Отже, основна задача полягає у визначенні оптимального розміру резерву.

Для розрахунку необхідного розміру запасу вводять наперед задану величину (ймовірність), за допомогою якої формується припущення того, що потреби в деталях на потрібний проміжок часу не перевищать існуючого резерву. Таку ймовірність називають рівнем надійності. Задаючи наперед цю величину, на основі статистичних даних можна змоделювати таку ситуацію і визначити потрібний розмір резерву.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Зазначимо, що однією з головних задач управління запасами є мінімізація різного роду витрат, пов'язаних з придбанням та зберіганням запасів. Для досягнення цієї мети визначаються [13, с. 102] оптимальний розмір замовлення на поповнення запасів та час подання замовлення на поповнення запасів. Вирішуються ці завдання із застосуванням економіко-математичних методів, а також за допомогою автоматизованих систем управління запасами [12, с. 56]. Ученими різних країн було написано велику кількість робіт, пов’язаних з оптимізацією виробничих запасів, зокрема [1, с. 70; 5, с. 189; 8, с. 118; 10, с. 210; 15, с. 212]. Виділимо деякі роботи, які присвячені задачам управління запасами, пов’язані з застосуванням апарату математичного моделювання.

В [9, с. 121] розрахували ефективність використання товарно-матеріальних цінностей, що допомагає мінімізувати витрати на транспортування та зберігання продукції. В [7, с. 757] на прикладі дослідження роботи компанії з продажу дверей показав, що управління запасами повинно вживати заходів для впровадження стратегій контролю запасів для оптимізації процесу виробництва, інвентаризаційних витрат і тим самим підвищити ефективність. Проблему управління запасами на основі моделі математичного програмування розглянули [2, с. 256]. Madhuri [14, с. 857] дослідив, як за допомогою впровадження нейронних мереж можна вдосконалити рентабельність, зменшуючи капітал на інвентаризацію, спрогнозувати замовлення і відповідно розрахувати запас продукції. В [3, с. 4] автори запропонували нову бізнес-модель для багатоетапної схеми управління запасами ланцюга поставок. Метою було дослідити потенційне зниження загальних витрат підприємства і, навпаки, чи такий підхід може сприяти значному покращенню рівня обслуговування, досяжному за рахунок більш ефективного управління ресурсами. Ймовірнісна модель базується на припущенні, що існує деяка невизначеність, пов'язана з попитом. В цій моделі попит може коливатися і не завжди може бути прогнозованим. Імовірнісний підхід дозволяє змінювати попит і це враховується при управлінні запасами [4, с. 980].

В той же час стохастичні методи розрахунку дозволяють встановити очікувану потребу на основі числових даних, які характеризують її зміни протягом певного проміжку часу [6, с. 902]. В [11, с. 434] знайшли оптимальний розмір резервного запасу, що відповідає коефіцієнту ризику, при якому витрати, пов’язані зі зберіганням та дефіцитністю, мінімальні. Слід відмітити, що знайдений в даній роботі такий коефіцієнт на практиці може бути досить великим. Але є випадки, коли коефіцієнт ризику буде прямувати до нуля, незважаючи на те, що існують певні витрати на зберігання такого запасу.

Незважаючи на те, що вченими розроблено багато методів управління запасами і розв’язано велику кількість пов’язаних з цим практичних задач, питання застосування імовірнісних моделей в умовах невизначеностей в управлінні запасами на підприємстві все ще залишаються актуальними.

Мета і завдання дослідження: відшукати необхідне значення рівня запасу і обсягу витрат за певний період (2 квартали), яке характеризує процес неперервного виробництва.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо задачу, коли необхідно визначити розмір резерву, щоб ризик того, що резерв виявиться недостатнім, не перебільшував заданої ймовірності p (як правило $p<0.1$). Введемо позначення: V – розмір потреби в сировині між двома черговими закупками сировини, S – розмір закупівельної партії сировини, R – резерв сировини.

Для неперервного процесу виробництва потрібно, щоб величини V, S та R задовольняли умови:

$$P(V > S + R) = p,$$

де імовірність p – стан недостатнього резерву. Розглянемо процес закупівлі деталей на ПрАТ «Київське центральне конструкторське бюро арматуробудування» [16, с. 3], на якому в процесі виробництва потрібно періодично проводити закупівлю великої кількості різних деталей.

Не обмежуючи загальності, проаналізуємо закупки окремо взятої деталі, яка є необхідною складовою в процесі виробництва, а саме «*Пластина CCMT 09T08*».

Використовуючи статистичні дані закупок деталей за період 2013–2022 рр., можна переконатися, що різниця в датах між двома черговими закупками вищезазначеної деталі розподілена за нормальним законом розподілу з вибірковим середнім значенням – 180 днів і середньоквадратичним відхиленням – 18 днів. Диференціальна функція для цього закону має вигляд:

$$f(T;180,18) = \frac{1}{18\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(T-180)^2}{648}\right) \qquad (1)$$

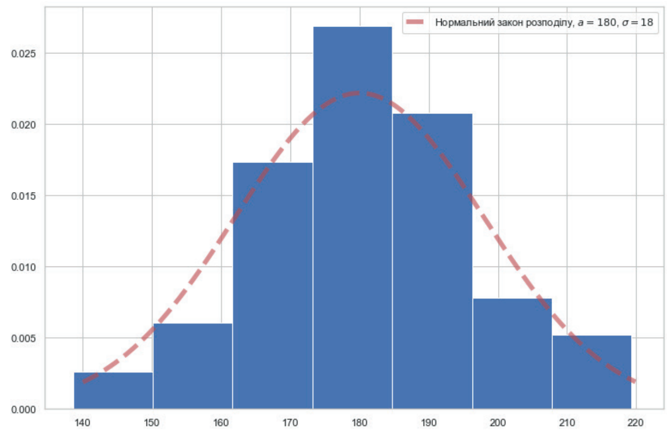

Рис. 1. Гістограма відносних частот між датами двох чергових закупок та графік функції нормально розподіленої випадкової величини *V* з параметрами *a=180, σ=18*

Джерело: досліджено авторами.

На рис. 2 зображена критична область для нормально розподіленої випадкової величини з параметрами $\alpha = 180$, $\sigma = 18$ для $\alpha = 0.05$, що відповідає значенню випадкової величини $T_\alpha = 209$ – кількості днів між закупками. Площа заштрихованої області для $T \in (T_\alpha; +\infty)$ має дорівнювати ймовірності $\alpha = 0.05$, що характеризує стан недостатнього резерву. Для виробничого процесу це означатиме, що якщо кількість днів буде перевищувати 209, то ймовірність безперервного виробництва буде дорівнювати всього 0.05.

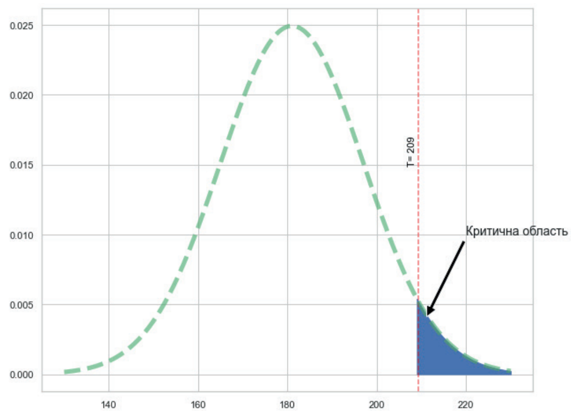

Рис. 2. Критична область для нормально розподіленої випадкової величини *T* з параметрами *a=180, σ=18* для *α=0.05*

Джерело: досліджено авторами.

Відповідно до статистичних даних закупок деталей за період 2013–2022 рр. обсяг кількості окремо взятої деталі «*Пластина CCMT 09T08*» під час кожної закупки описується рівномірним законом розподілу з параметрами $a = 80$, $b = 200$ ($M(X) = 140, \sigma(X) = 20\sqrt{3}$). Закупки деталей відбуваються 2 рази на рік.

Використовуючи центральну граничну теорему, можна стверджувати, що впродовж року закупівельний обсяг деталей виду «*Пластина CCMT 09T08*», розподілений за нормальним законом з параметрами $a = 2 \cdot 140 = 280$, $\sigma = \sqrt{2} \cdot 20\sqrt{3} = 20\sqrt{6}$. Диференціальна функція нормального закону розподілу має вигляд:

$$f(S;280,20\sqrt{6}) = \frac{1}{40\sqrt{3\pi}} \exp\left(-\frac{(S-280)^2}{4800}\right). \qquad (2)$$

На рис. 3 зображена крива Гауса і критична область для нормально розподіленої випадкової величини з параметрами $a = 280, \sigma = 20\sqrt{6}$. для $p = 0.05$, що відповідає значенню випадкової величини *S=199* – кількості деталей. Площа заштрихованої області для $S \in (0; S_p)$ повинна дорівнювати ймовірності *p*, що характеризує стан недостатнього резерву і обчислюється за формулою функції Лапласа.

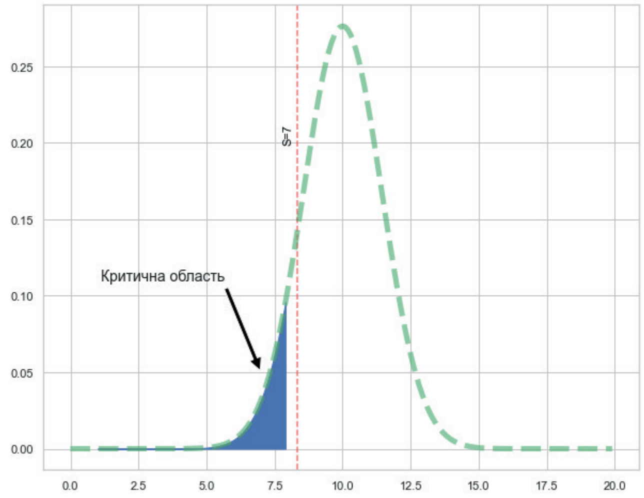

Рис. 3. Критична область для нормально розподіленої випадкової величини *S* з параметрами *a=280, σ=20√6* для *p = 0.05*

Джерело: досліджено авторами.

Заміна відпрацьованих деталей виду ««*Пластина CCMT 09T08*» на нові описується нормальним законом розподілу з параметрами $\alpha = 180$, $\sigma = 14$ (відбуваються через 2 квартали з середньоквадратичним відхиленням – 14 днів).

Згідно з центральною граничною теоремою отримаємо диференціальну функцію обсягу заміни зіпсованих деталей впродовж календарного року:

$$f(R;360,14\sqrt{3}) = \frac{1}{14\sqrt{6\pi}} \exp\left(-\frac{(R-360)^2}{1176}\right). \qquad (3)$$

Розрахуємо розмір резерву деталей в залежності від встановленого коефіцієнту ризику. У табл. 1 для різних значень α наведено значення різниці в днях між закупками деталей, величин закупок і резерву деталей, які відповідають законам розподілу випадкових величин *T, S* та *R* з відповідними параметрами, а також критичне значення V_α потреби в деталях в процесі виробництва.

Таблиця 1

Значення *T, S, R, V*

α	*T*	*S*	*R*	*V*
0.01	218	166	307	473
0.02	211	179	310	489
0.05	209	199	333	532
0.1	200	217	334	551

Джерело: досліджено авторами.

З табл. 1 можна зробити такий висновок: чим більший період між закупками в днях *T*, тим менше значення *V,* яке характеризує процес безперервного виробництва (якщо залишилося менше *532* деталей або період між закупками перевищує *209* днів, то це означає, що ймовірність безперервної роботи дорівнює *0.05* або що з ймовірністю *1-0.05=0.95* можна стверджувати, що відбудеться простій виробництва).

Точка економічно виправданого замовлення знаходиться в точці рівності витрат на закупівлю і зберігання. Тому головне завдання – знайти оптимальний рівень для кожної товарної позиції, тобто найбільш низький рівень запасів, що відповідає вимогам виробництва.

Висновки. Таким чином, зважаючи на ступінь невизначеності, пов'язаний із структурою попиту та часом використання запасів на підприємстві, авторами обрано імовірнісні моделі, які дають можливість змінювати попит і враховувати це у прогнозуванні.

Розглянуто процес закупівлі деталей на ПрАТ «Київське центральне конструкторське бюро арматуробудування» за період 2013–2022 рр., при цьому доведено, що різниця в датах між двома черговими закупками однієї окремо взятої деталі розподілена за нормальним законом розподілу, причому сам обсяг кількості окремо взятої деталі під час кожної закупки описується рівномірним законом розподілу.

Використовуючи центральну граничну теорему, стверджено, що впродовж року закупівельний обсяг деталей розподілений за нормальним законом. Розраховано значення різниці в днях між закупками деталей, величин закупок і резерву деталей, які відповідають неперервним законам розподілу випадкових величин з відповідними параметрами, а також критичне значення потреби в деталях в процесі виробництва. Це дало можливість зробити висновки про оптимальні значення резерву для безперервної роботи виробництва із зазначенням умов, коли може виникнути простій виробництва.

Задача знаходження оптимального резервного запасу, коли випадкова величина розміру потреб у сировині розподілена на різних часових проміжках та за різними законами, в тому числі відмінними від нормального та рівномірного, може бути предметом подальших досліджень.

Література:

1. Baek, J., Bae, Y., Lee, H., Ahn S. (2018) Continuous-type (s, Q)-inventory model with an attached M/M/1queue and lost sales. *Performance Evaluation*, 125(9), 68–79. doi: 10.7232/iems.2018.17.3.570

2. Buschiazzo, M, Mula, J., Campuzano-Bolarin, F (2020) Simulation Optimization for the Inventory Management of Healthcare Supplies, *International Journal of Simulation Modelling*, 19(2), 255-266, doi: 10.2507/IJSIMM19-2-514

3. Cesarelli G et al. (2020) An Innovative Business Model for a Multi-echelon Supply Chain Inventory Management Pattern. *Journal of Physics: Conference Series*. 1828(2021) 012082. doi: 10.1018/1742-6596/1828/1/01/2082

4. Duan L, Ventura J. (2019). A Dynamic Supplier Selection and Inventory Management Model for a Serial Supply Chain with a Novel Supplier Price Break Scheme and Flexible Time Periods. *European Journal of Operational Research, Elsevier*. 272(3), 979-998. doi: 10.1016/j.ejor.2018.07.031

5. Esteso, A., Alemany, M., Ortiz A., Peidro D. (2018) A multi-objective model for inventory and planned production reassignment to committed orders with homogeneity requirements. Computers.& Indrustrial Engineering, 124(7), 180–194. doi:10.1016/j.cie.2018.07.025

6. Gabor A., Vianen L., Yang G, Axsater S. (2018) A base-stock inventory model with service di_erentiation and response time guarantees. *European Journal of Operational Research, Elsevier*. 269(3), 900-908. doi:10.1016/j.ejor.2018.02.039

7. Inegbedion H, Eze S, Asaleye A, Lawal A. (2019) Inventory Management and Organisational Effsciency. *The Journal of Social Sciences Research*. 5(3), 756-763 doi:10.32861/jssr.53.756.763

8. Kampf, R.; Lorincová, S.; Hitka, M.; Caha, Z. (2016) The Application of ABC Analysis to Inventories in the Automatic Industry Utilizing the Cost Saving Effect. *Nase More*. 63(3), 120–125. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/319236545

9. Luchko M, Lukanovska I, Ratynskyi V. (2019) Modelling inventory management: Separate issues for construction and application. *International Journal of Production Management and Engineering.* Vol. 7, No. 2, 117-124, doi: 10.4995/ijpme.2019.11435

10. Masse P. (1959) Le choix des investissements. Paris: Dunod & Co., 1959. 489 p.

11. Poo. M., Yip T. (2019). An optimization model for container inventory management, Annals of Operations Research, 273, 433–453. doi: 10.1007/s10479-017-2708-8

12. Raymond F. Quantity and Economy in Manufacture. McGraw-Hill, Chicago, 1931. 375 p.

13. Schwartz L. Multi-level production/inventory control systems: theory and practice / ed. L. B. Schwartz. *Studies in the Management Sciences*. North Holland, 1981. V. 16. 398 p.

14. Madhuri J. (2020) Inventory Management using Machine Learning. *International Journal of Engineering Research & Technology*, 9(6), 866-869. Retrieved from https://www.researchgate.net/journal/International-Journal-of-Engineering-and-Technical-Research-2278-0181

15. Taha H. A. Operations Research – An Introduction (7th ed). Prentice Hall, Inc., New Jersey, 2003. 838 p.

16. Reports private joint stock company "Kyiv central design bureau of reinforcement construction” <http://kckba.pat.ua/emitents/reports>(2023, January, 3).