УДК 336.761

Заболоцький Т. М.,
кандидат економічних наук, доцент кафедри комп'ютерних технологій Львівського інституту банківської справи Університету банківської справи Національного банку України (м. Київ),
Коркуна І. І.,
кандидат економічних наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерних технологій Львівського інституту банківської справи Університету банківської справи Національного банку України (м. Київ)

УПРАВЛІННЯ РИЗИКОМ ПОРТФЕЛЯ ФІНАНСОВИХ АКТИВІВ ПРИ ЗАЛЕЖНИХ ДАНИХ

У роботі розроблено методи управління ризиком портфеля фінансових активів з найменшим рівнем Value at Risk на основі асимптотичного розподілу оцінки ризику портфеля у випадку, коли дохідності елементів портфеля поводяться як стаціонарний процес, тобто є автокорельованими. Для потреб планування ризику побудовано односторонні та двосторонні інтервали довіри, а також описано метод тестування істотності різниці між гіпотетичним та практичним значеннями ризику. З метою контролю ризику портфеля описано метод побудови контрольних карт на прикладі карт Шухарда. Описані методи покращать процес управління ризиком портфеля, дозволять краще формувати резерви та вчасно реагувати на зміни ринкових умов.
Ключові слова: *Value-at-Risk (VaR), портфель фінансових активів з найменшим рівнем VaR, контрольні карти, вибіркова оцінка.*

В работе разработано методы управления риском портфеля финансовых активов с наименьшим уровнем Value at Risk на основе асимптотического распределения оценки риска портфеля в случае когда доходности элементов портфеля ведут себя как стационарный процесс. Для нужд планирования риска построено односторонние и двусторонние интервалы доверия, а также описан метод тестирования значимости разницы между гипотетическим и практическим значениями риска портфеля. С целью контроля риска портфеля описан метод построения контрольных карт на примере карт Шухарда. Описанные методы улучшат процесс управления риском портфеля, позволят лучше сформировать резервы и вовремя реагировать на смену рыночных условий.
Ключевые слова: *Value-at-Risk (VaR), портфель финансовых активов с наименьшим уровнем VaR, контрольные карты, выборочная оценка.*

In the paper we develop the methods of minimum Value-at-Risk assets portfolio management based on asymptotic distribution of portfolio risk estimator assuming that the asset returns follow strictly stationary process that is are autocorrelated. For the purposes of risk planning the one-sided and two-sided confidence intervals are constructed and the significance test for difference between hypothetical and practical values of risk is described. In order to control the portfolio risk the method of control charts constructing is described and as an example we consider the Sheward control chart. Considered methods improve the process of portfolio risk management, allow better form the reserves and react on the market changes as soon as possible.
Keywords: *Value-at-Risk (VaR), minimum VaR portfolio of assets, control charts, sample estimator.*

Постановка проблеми. Портфелі фінансових активів відіграють важливу роль у діяльності усіх без винятку фінансових установ. Таку поширеність портфелів у сучасних ринкових умовах можна пояснити необхідністю мінімізації фінансових ризиків. З практики та теорії фінансів відомо, що найчастіше використовуються два методи зниження фінансових ризиків, це диверсифікація та хеджування. Зауважимо, що хеджування вимагає додаткових капіталовкладень, натомість диверсифікація передбачає лише розподіл капіталу між різними активами. Таким чином, за допомогою диверсифікації ризики одних активів компенсуються іншими активами, причому доволі часто використання такого методу зниження загального ризику не призводить до зниження загальної дохідності. Для досягнення такого ефекту від диверсифікації, її використання повинне ґрунтуватися на певних правилах. Це можуть бути поради експертів, досвідчених працівників фінансового ринку та математичні моделі. На цей момент найпоширенішими правилами використання диверсифікації є правила, які ґрунтуються на математичних моделях.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Основоположником теорії портфеля є Марковіц, який у своїй роботі [1] описав базові принципи раціонального (часто у фінансовій літературі вживають поняття оптимального) вибору структури портфеля фінансових активів. Основною ідеєю Марковіца є той факт, що при виборі структури портфеля потрібно оптимізувати певні його характеристики. Основними характеристиками портфеля є його дохідність та ризик. У загальному випадку задача вибору оптимальної структури портфеля полягає в максимізації його дохідності та в одночасній мінімізації його ризику. При вирішенні цієї задачі виникають певні проблеми. По-перше, задача подвійної оптимізації, як правило, не має розв'язку. По-друге, враховуючи випадковість поведінки цін фінансових активів, випадкові значення будуть притаманні також характеристикам портфеля. На практиці випадковість усувається використанням математичних сподівань відповідних значень. Проте проблема подвійної оптимізації не має однозначного вирішення. Марковіц вирішив цю задачу шляхом мінімізації ризику при заданій нижній межі для дохідності. Виявляється, що такий підхід є еквівалентним до максимізації дохідності при обмеженому зверху ризику. Зауважимо, що за міру ризику портфеля Марковіц вибрав його дисперсію. На противагу підходу Марковіца в літературі пропонуються ще декілька різних методів вибору раціональної структури портфеля. В [2] описано метод побудови портфеля фінансових активів на основі максимізації відношення Шарпа. Цей підхід є одним із методів зведення подвійної оптимізації до задачі простої оптимізації. Проте виявляється, що навіть у класичних припущеннях інвестор зіштовхується з проблемою оцінки ваг портфеля [3], яка взагалі не може бути розв'язана. В [4] пропонується метод вибору структури портфеля, який ґрунтується на функції очікуваної корисності. Це також, як і у випадку максимізації відношення Шарпа, один з методів зведення подвійної оптимізації до простої. Зазначимо, що використання функції корисності та відношення Шарпа при виборі раціональної структури портфеля не є еквівалентними. Крім того, властивості ваг портфеля отриманого шляхом максимізації очікуваної корисності є статистично більш привабливими, ніж властивості ваг портфеля, отриманого шляхом максимізації відношення Шарпа ([3]-[4]). Основною проблемою методу максимізації очікуваної корисності є залежність корисності портфеля від коефіцієнта, що описує ставлення інвестора до ризику. Дослідженню методів визначення цього коефіцієнта для кожного інвестора присвячено чимало літератури як теоретичного, так і практичного спрямування. Незважаючи на це, не існує єдиної думки щодо вибору цього коефіцієнта та властивостей, якими він повинен володіти. З одного боку, на практиці припускається, що ставлення до ризику є повністю суб'єктивним і не залежить від об'єктивних характеристик фінансового ринку та не змінюється з часом. З іншого боку, емпіричні результати й опитування показують, що ставлення до ризику залежить не лише від об'єктивних показників та змінюється з часом, але й від таких показників, як ціна активу (незважаючи на ризик), година доби, настрій. Тому останнім часом цій проблемі приділяється велика увага в науковій літературі [5].

Всі вищеподані методи використовують дисперсію портфеля як міру ризику. В останні десятиліття такий підхід до оцінки ризику викликає доволі неоднозначне ставлення як з боку практиків, так і з боку науковців. Це пов'язано з тим, що дисперсія має чимало недоліків щодо опису ризику. Наприклад, двостороннє сприйняття ризику (при зростанні ймовірності отримання екстремально високих прибутків, зростає і ризик (дисперсія) портфеля), нехтування моментами вищих порядків (не враховується асиметрія поведінки дохідностей фінансових активів), недостатня інформативність дисперсії (описується лише розсіювання дохідності відносно середнього значення) та інші. Зважаючи на це, в середині 90-их років минулого століття популярними стали квантильні міри ризику, тобто міри, які ґрунтуються на відповідних квантилях функції втрат. Найвідомішою такою мірою є *Value at Risk* (надалі *VaR*). Зазначимо, що ця міра є основною для вимірювання фінансових ризиків у рекомендаціях базельського комітету [6]. Однією з переваг *VaR* над дисперсією є можливість вибору рівня довіри α при обчисленні ризику. Формально *VaR* при рівні довіри α можна означити як максимальні з імовірністю α втрати (еквівалентно, мінімальні з імовірністю (1-α)). Крім цього, на відміну від дисперсії інтерпретація *VaR* як ризику є набагато зрозумілішою, *VaR* приймає до уваги лише односторонній ризик (саме втрати), враховується асиметрія та частково важкі хвости. Основні властивості *VaR* досліджуються в працях [7]-[10]. Враховуючи всі переваги *VaR* над дисперсією, очевидним стає той факт, що при управлінні портфелем фінансових активів ця міра ризику набула широко розповсюдження. Вперше у фінансовій літературі проблема раціонального вибору структури портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR* розглядається в [11]. Авторами цієї роботи досліджено задачу оптимізації портфеля та знайдено ваги портфеля з найменшим ризиком. У роботі [12] розглянуто проблему невизначеності параметрів при оцінці ваг та характеристик портфеля з найменшим рівнем *VaR* та знайдено розподіли основних характеристик портфеля. Зазначимо, що результати [11]-[12] отримані за припущення нормальності розподілу та незалежності в часі дохідностей активів, з яких складено портфель. Методи управління ризиком портфеля за таких припущень щодо поведінки дохідностей активів, з яких складено портфель, розглядаються в [13]. Зважаючи на широке розповсюдження портфелів фінансових активів, структура яких вибрана відповідно до методу, описаного в [11], актуальною є проблема управління ризиком такого портфеля, а саме, розробка методів планування ризику та тестування статистичних гіпотез щодо ризику портфеля. У цій постановці важливим є питання управління ризиком портфеля за невиконання припущення незалежності дохідностей від попередніх своїх значень, яке має істотний вплив на властивості оцінок характеристик портфеля.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розробка методів управління ризиком портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR* за порушення припущення про незалежність дохідностей активів з яких складено портфель від своїх попередніх значень.

Виклад основного матеріалу. Вибір та оцінка структури портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*. Опишемо спочатку алгоритм раціонального вибору структури портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*. Нехай ми формуємо портфель з *k* фінансових активів. Позначимо через $X_t=(X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{kt})$, *k*-вимірний вектор дохідностей у момент часу *t*. Частку *i*-ого активу в портфелі позначимо через w_i, а портфель – вектор часток $w=(w_1, w_2, \ldots, w_k)'$. Припустимо, що $\{X_t\}$ поводиться як *k*-вимірний стаціонарний процес з середнім $M(X_t)=\mu$ та матрицею автоковаріацій $\Gamma(h)=Cov(X_t, X_{t+h})$. Необхідно також припустити, що $\Gamma(0)$ є додатньо визначена.

Позначимо $X_{wt}=\sum_{i=1}^{k} X_{it} w_i = \mathbf{X}_t'\mathbf{w}$ – дохідність портфеля з вектором ваг **w**, математичне сподівання дохідності портфеля або очікувану дохідність – $R_w=E(X_{wt})=\boldsymbol{\mu}'\mathbf{w}$, а дисперсію $V_w=D(X_{wt})=\mathbf{w}'\boldsymbol{\Gamma}(0)\mathbf{w}$. *VaR* портфеля при рівні довіри *α* є такий рівень дохідності, що

$$P\{X_{\mathbf{w}t} < -VaR_\alpha\} = 1-\alpha \quad (1)$$

У випадку нормально розподілених дохідностей отримаємо

$$VaR_\alpha(X_{\mathbf{w}t}) = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}'\boldsymbol{\Gamma}(0)\mathbf{w}} - \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu},$$

де $z_\alpha=-\Phi^{-1}(1-\alpha)$ є *α* квантилю стандартного нормального розподілу. Зазначимо, що у нашому випадку квантиль z_α потрібно замінити на $d_\alpha(w)$, де

$$P\left\{\frac{X_{\mathbf{w}t} - \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu}}{\sqrt{\mathbf{w}'\boldsymbol{\Gamma}(0)\mathbf{w}}} < d_\alpha(\mathbf{w})\right\} = 1-\alpha, \text{ тобто}$$

$$VaR_\alpha(X_{\mathbf{w}t}) = d_\alpha(\mathbf{w})\sqrt{\mathbf{w}'\boldsymbol{\Gamma}(0)\mathbf{w}} - \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu}.$$

Надалі ми припускаємо, що $d_\alpha(w)$ не залежить від ваг портфеля, тобто $d_\alpha(w)=d_\alpha$. Таке припущення виконується для широкого класу розподілів, наприклад, для еліптичних розподілів. В [11] описано алгоритм вибору раціональної структури портфеля на основі задачі безумовної мінімізації *VaR* портфеля при рівні довіри *α*. Ваги так побудованого портфеля за наших припущень матимуть вигляд:

$$\mathbf{w}_{VaR} = \mathbf{w}_{GMV} + \frac{\sqrt{V_{GMV}}}{\sqrt{d_\alpha^2 - s}}\mathbf{R}\boldsymbol{\mu}, \quad (2)$$

де

$$\mathbf{w}_{GMV} = \frac{\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}}{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}},\ V_{GMV} = \frac{1}{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}},\ \mathbf{R} = \boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1} - \frac{\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}\mathbf{i}'\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}}{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}},\ s = \boldsymbol{\mu}'\mathbf{R}\boldsymbol{\mu}$$

та i – *k* вимірний вектор, елементами якого є одиниці. В межах даного дослідження розглядатимуться лише методи управління ризиком портфеля без врахування дохідності, тому ми досліджуватимемо лише ризик портфеля, який можемо обчислити так:

$$M_{VaR} = \sqrt{d_\alpha^2 - s}\sqrt{V_{GMV}} - R_{GMV}, \quad (3)$$

де $R_{GMV} = \frac{\boldsymbol{\mu}'\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}}{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Gamma}(0)^{-1}\mathbf{i}}$. Зазначимо, що портфель зі структурою w_{GMV} є портфелем з найменшою дисперсією. Крім цього, як показано в [14], портфелі, побудовані з використання методу Марковіца, належать так званій «ефективній множині». Не важко показати [11]-[12], що портфель з найменшим рівнем *VaR* також належить цій множині. Більше того, змінюючи рівень довіри *α* можна отримати будь-який портфель з ефективної множини. Отже, метод мінімізації *VaR* є, як і метод максимізації корисності, узагальненням методу Марковіца. Проте, на відміну від функції корисності, *VaR* не включає в себе величин, які важко інтерпретувати. Враховуючи, що рівень довіри *α* повністю залежить від вибору інвестора, можемо дійти висновку, що доволі не зручний у користуванні коефіцієнт, що описує ставлення інвестора до ризику, можна замінити на рівень довіри *α,* з яким обчислюється *VaR*. Коефіцієнт *α* має низку переваг над коефіцієнтом, що описує ставлення до ризику. Наприклад, у деяких установах цей коефіцієнт задається ще перед початком формування портфеля, тобто немає необхідності його оцінювати, крім цього, рівень довіри має чітко імовірнісне означення, що робить його доволі привабливим для використання в теоретичних працях.

Використати вищеподаний метод вибору раціональної структури портфеля фінансових активів на практиці неможливо, оскільки параметри μ та $\Gamma(0)$ є невідомими на практиці. Спершу необхідно певним чином оцінити невідомі параметри розподілу. Одним із найвідоміших методів оцінки параметрів розподілу є історичний метод, основною ідеєю якого є побудова оцінок параметрів на основі поведінки випадкової величини чи процесу в минулому. Нехай нам відома вибірка попередніх значень векторів дохідностей акцій $X_1, X_2, \dots X_n$. На основі цієї вибірки ми будуємо вибіркові оцінки невідомих параметрів, тобто

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{X}_i, \quad \hat{\boldsymbol{\Gamma}}(0) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{X}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}})(\mathbf{X}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}})'. \qquad (4)$$

Підставляючи замість невідомих параметрів оцінки (4) у (3), а також у вирази для w_{GMV}, V_{GMV}, R та s, отримаємо оцінку ризику портфеля з найменшим рівнем *VaR*, яку позначимо $\hat{M}_{VaR}$. Очевидно, що так побудована оцінка є випадковою величиною.

Звернемо увагу на знаменник дробу другого доданку правої частини формул (2) та (3), який у загальному випадку може бути невизначеним при підстановці в цей дріб замість параметра s його оцінки $\hat{s}$, оскільки умова

$$\hat{s} < d_\alpha^2 \qquad (6)$$

може не виконуватися. У [15] показано, що, збільшуючи обсяг вибірки історичних значень дохідності імовірність виконання умови (6) збільшується, крім того, асимптотично, тобто при прямуванні обсягу вибірки до нескінченості, імовірність виконання умови (6) прямує до одиниці. Отже, при достатньо великих обсягах вибірки історичних значень ми можемо не звертати уваги на цю умову та використовувати безумовні властивості ризику.

Управління ризиком портфеля з найменшим рівнем *VaR*

Як наголошувалося раніше, в роботі ми змушені використовувати не точкові значення характеристик портфеля, а оцінки, які в загальному випадку є випадковими величинами. Тому процес прийняття рішення опирається на лише одну з реалізацій випадкової величини. Для покращення ефективності процесу прийняття рішення необхідно мати додаткові відомості про випадкову величину, яка відображає певну характеристику портфеля. Найповнішу інформацію про випадкову величину надає функція її розподілу чи густини. У випадку розглянутої проблеми не можливо знайти точний розподіл, проте ми можемо використати результати роботи [15], в якій знайдено асимптотичний розподіл вибіркових оцінок ризику портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*. Зазначимо, що в [15] показано, що збіжність точного розподілу, отриманого методом Монте-Карло, до асимптотичного є доволі швидкою і вже при обсягу вибірки 60 елементів відстань між розподілами є невеликою. Крім того, у фінансовій літературі часто у випадку, коли точні властивості фінансових показників є невідомі, пропонується використовувати асимптотичні властивості.

Основним результатом отриманим у [15] для вибіркової оцінки ризику портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR* є його асимптотичний розподіл. Припускаючи, що дохідності поводяться як k-вимірний стаціонарний процес, ми отримуємо, що вибіркова оцінка ризику портфеля з найменшим рівнем *VaR* є асимптотично нормально розподіленою, тобто $\sqrt{n}(\hat{M}_{VaR} - M_{VaR}) \xrightarrow{d} N(0,\sigma^2)$ та параметр σ знайдено в [15], де, крім цього, подані методи оцінки цього параметра. Використовуючи цей результат, нашим завданням є подати методи управління ризиком портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*.

Важливим елементом управління ризиком портфеля є планування ризику. З теорії імовірності відомо, що точкові оцінки не є добрим орієнтиром в плануванні, тому ми зосередимося на побудові інтервальних оцінок. Зауважимо, що в загальному випадку інвестора більше цікавитиме односторонній інтервал довіри, оскільки йому для планування діяльності набагато важливішим є знання верхньої межі ризику ніж нижньої. Проте з метою порівняння верхніх меж одно- та двосторонніх інтервалів довіри ми подамо обидві схеми побудови.

Нехай обсяг вибірки історичних значень дохідності, на основі яких ми будуємо оцінки, становить m, тоді розподіл вибіркової оцінки ризику портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR* буде близьким до $N(M_{VaR}, \sigma^2/m)$. На основі цього спостереження інтервали довіри з рівнем довіри β матимуть вигляд:

двосторонній: $\left[M_{VaR} - z_{1-\beta/2}\dfrac{\sigma^2}{m}; M_{VaR} + z_{1-\beta/2}\dfrac{\sigma^2}{m} \right]$;

односторонній: $\left(-\infty; M_{VaR} + z_{1-\beta}\dfrac{\sigma^2}{m} \right]$, де $z_{1-\beta}$ – 1-β квантиль стандартного нормального розподілу. Замінивши в попередніх інтервалах невідомі параметри на їх оцінки (для оцінки параметра M_{VaR} очевидно можна використати вибіркову оцінку, а для оцінки параметра σ можемо використати оцінку, подану в [15]), отримаємо оцінки інтервалів довіри, які з заданою імовірністю β описують майбутню поведінку ризику портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*.

Інтервали довіри також дають можливість відповісти на питання чи ризик портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR* істотно відрізняється від певного заданого значення ризику. Для цього потрібно побудувати інтервали довіри з рівнем довіри, який відповідає рівню довіри статистичної значущості різниці між значеннями ризику та перевірити, чи попадає задане значення ризику у цей інтервал. Якщо попадає, то доходимо висновку, що ризик портфеля та задане значення для ризику істотно не відрізняються, в іншому випадку – різниця між значеннями є істотною, що вказує на те, що сподівання інвестора відносно ризику портфеля не справдилися.

Зазначимо, що отримані в [15] результати дають змогу проводити контроль значень ризику портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR* з метою якомога швидшого реагування на зміни, які відбуваються на ринку. В теорії контролю використовують контрольні карти, які відображають поведінку показника, який ми контролюємо в часі. Використовуючи досвід використання контрольних карт, інвестор має змогу отримати досить широку інформацію про показник на основі побудованих карт. Найчастіше на практиці використовуються контрольні карти Шухарда, експоненційно зважені контрольні карти з біжучим середнім та карти, побудовані на основі кумулятивних сум [16]. Хоча всі вищеподані карти сильно відрізняються між собою, методи їх побудови є досить подібними. У всіх випадках нам необхідно знати розподіл характеристики, що контролюється. Ми розглянемо метод контролю ризику портфеля на основі контрольних карт Шухарда. Зазначимо, що використання таких контрольних карт для контролю дохідності портфеля цінних паперів з найменшою дисперсією розглянуто в [17]. Крім того, використання двох інших карт для контролю дохідності портфеля з найменшою дисперсією описано в [18]-[19]. В нашому випадку нам необхідно побудувати карту для контролю ризику портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*. Для цього необхідно знайти межі карти. При виборі меж контрольних карт Шухарда важливе значення має вибір критичного значення. Доволі часто значення вибирають константою, а саме 2 чи 3, але в такому випадку важко передбачити поведінку карти. Існує інший метод, описаний у фінансовій літературі та використаний у [16], в якому критичне значення вибирається на основі певних початкових припущень відносно поведінки карти. Відомо, що критичне значення залежить лише від початкових умов карти та квантилі стандартного нормального розподілу. Вибравши класичні умови щодо контролю фінансових показників, середня довжини карти до першого сигналу має становити 60, отримаємо, що критичне значення дорівнює *c=2.394*. Тобто межі карти в нашому випадку становлять $M_{VaR} - c\frac{\sigma^2}{m}$ та $M_{VaR} + c\frac{\sigma^2}{m}$. Замінивши невідомі параметри на їх оцінки, отримаємо оцінки меж контрольної карти. Тепер зображаючи значення оцінки ризику у вигляді динамічного ряду можемо використати всі відомі методи контролю для нашого портфеля і, як наслідок, вчасно перебудувати портфель при найменших підозрах про істотну зміну характеристик елементів з яких складено портфель.

Висновки. У роботі досліджуються методи управління ризиком портфеля фінансових активів з найменшим рівнем *VaR*. На сучасному ринку фінансових активів портфелі з найменшим рівнем *VaR* відіграють важливу роль, оскільки довільний портфель можна розглядати як портфель з найменшим рівнем ризику. Це пов’язано з тим, що основним завданням інвестора є мінімізувати свій ризик, та з тим, що змінюючи рівень довіри при обчисленні *VaR* можна отримати будь-яку очікувану дохідність у межах від найменшої (дохідність портфеля з найменшим рівнем *VaR* при рівні довіри 1) до $+\infty$.

Велика кількість робіт присвячена методам побудови таких портфелів, проте питання контролю та планування ризику розглядається недостатньо широко у фінансовій літературі. Планування ризику портфеля тісно пов’язане з формуванням резервів, в той час як контроль ризику допомагає вчасно перебудувати портфель у відповідності до умов, які склалися на ринку та дозволяє уникнути зайвих витрат на перебудову портфеля у випадку коли вона не є необхідною.

Використовуючи результати отримані в [15] стосовно асимптотичного розподілу оцінки ризику портфеля розроблено методи планування ризику на основі побудови одно- та двосторонніх інтервалів довіри, а також методи тестування на істотність різниці між гіпотетичним та практичним значеннями ризику. Зауважимо, що використання асимптотичних властивостей фінансових показників широко розповсюджене на практиці, оскільки часто неможливо отримати більш точні статистичні результати. Крім цього, використовуючи результати [15], розроблено методи контролю за ризиком портфеля на основі контрольних карт Шухарда. Використання контрольних карт дозволяє вчасно реагувати на зміни зовнішніх умов та якомога швидше приводити портфель до вигляду передбаченого інвестором. Зауважимо, що використовуючи асимптотичний розподіл оцінки ризику портфеля фінансових активів можна побудувати також інші контрольні карти за схемою, описаною в цій роботі.

Література:

1. Markowitz H. Portfolio selection / H. Markowitz // Journal of finance. – 1952. – № 7. – P. 77–91.
2. Sharpe W. F. The Sharpe Ratio / W. F. Sharpe // Journal of portfolio management. – 1994. – P. 49–58.
3. Schmid W. On the existence of unbiased estimators for the portfolio weights obtained by maximizing the Sharpe ratio / W. Schmid, T. Zabolotskyy // ASTA – Advances in statistical analysis. – 2008. – № 92. – P. 29–34.
4. Okhrin Y. Distributional properties of optimal portfolio weights / Y. Okhrin, W. Schmid // Journal of econometrics. – 2006. – № 134. – P. 235–256.
5. Bollerslev T. (2011). Dynamic estimation of volatility risk premia and investor risk aversion from option-implied and realized volatilities / T. Bollerslev, M. Gibons, H. Zhou // Journal of econometrics. – 2011. – № 160 (1). – P. 235–245.
6. Basel Committee on Banking Supervision // Operational Risk Consultative Document, Supporting document to the New Basel Capital Accord. – January 2001. – 30 p.
7. Вітлінський В. В. Комплексний підхід застосування методології Value-at-Risk / В. В. Вітлінський, А. Б. Камінський // Економічна кібернетика. – 2004. – № 5–6. – С. 4–14.
8. Камінський А. Б. Моделювання ставлення до ризику при застосуванні методології Value-at-Risk / А. Б. Камінський // Теоретичні та прикладні питання економіки: Зб. наук. пр. – К.: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2005. – Випуск 6. – С. 145–154.
9. Jorion P. Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk / P. Jorion. – New York: McGraw-Hill Professional, 2002. – 544 p.
10. Duffie D. An overview of Value-at-Risk / D. Duffie, J. Pan // Journal of derivatives. – 1997. – P. 7–49.
11. Alexander G. J. Economic implication of using a mean-VaR model for portfolio selection: a comparison with mean-variance analysis / G. J. Alexander, M. A. Baptista // Journal of economic dynamics & control. – 2002. – № 26. – P. 1159–1193.
12. Bodnar T. Minimum VaR and Minimum CVaR optimal portfolios: estimators, confidence regions, and tests / T. Bodnar, W. Schmid, T. Zabolotskyy // Statistics & Risk Modeling. – 2012. – № 29. – P. 281–314.
13. Заболоцький Т. М. Планування ризику при портфельному інвестування в українську економіку / Т. М. Заболоцький // Наукові записки Національного університету «Острозька академія», серія «Економіка». – 2012. – № 19. – С. 423–428.
14. Merton R. C. An analytical derivation of the efficient frontier / R. C. Merton // Journal of financial and quantitative analysis – 1972. – № 7. – P. 1851–1872.
15. Bodnar T. Asymptotic behavior of the estimated weights and of the estimated performance measures of the minimum VaR and the minimum CVaR optimal portfolios for dependent data / T. Bodnar, W. Schmid, T. Zabolotskyy // Metrica. – 2013. – DOI 10.1007/s00184-013-0432-1.
16. Golosnoy V. On the Application of SPC in Finance / V. Golosnoy, I. Okhrin, S. Ragulin, W. Schmid // Frontiers in statistical quality control. – 2010. – № 9. – P. 119–130.
17. Заболоцький Т. М. Контрольні карти Шефарда для дохідності портфеля акцій / Т. М. Заболоцький // Вісник Львівського університету, серія економічна. – 2010. – Вип. 43. – С. 270–279.
18. Заболоцький Т. М. Експоненційно зважені контрольні карти з біжучим середнім для портфеля акцій / Т. М. Заболоцький // Вісник Університету банківської справи Національного банку України (м. Київ). – 2011. – № 1 (10). – С. 320–325.
19. Заболоцький Т. М. Кумулятивні суми для контролю дохідності портфеля акцій / Т. М. Заболоцький // Вісник Львівської комерційної академії, серія економічна. – 2011. – Вип. 37. – С. 99–104.